

# ФІНАЛЬНИЙ ЕТАП XXI ВСЕУКРАЇНСЬКОГО ТУРНИРУ ЮНИХ МАТЕМАТИКІВ ІМЕНІ ПРОФЕСОРА М. Й. ЯДРЕНКА

**Лілія ГУНЬКО** — завідувач сектору взаємодії з об'єднаними територіальними громадами та опорними школами відділу роботи із закладами післядипломної педагогічної освіти ДНУ «Інституту модернізації змісту освіти»

Українська земля — батьківщина багатьох обдарованих, яскравих і харизматичних особистостей, які стали гордістю не тільки національної історії та культури, а й увійшли до пантеону слави інших країн, усього людства.

Херсонщина — край полінаціональної культури, адже крізь древнішу цивілізацію Нижнього Причорномор'я пролягло південне перехрестя світових шляхів, створювався євро-азійський міст давніх культур, що вибудовувався, починаючи з XXII ст. протягом багатьох історичних епох. Залишки давніх поселень степняків, язичників, антів, іудеїв, мусульман, християн, половців, кімерійців, скіфів, хазарів, сарматів, греків, римлян, турків тощо. Найбільша із відомих у світі цивілізацій лишила нам 3600 давніх курганів. Тож золото скіфів, в яких скарбницях світу воно б не опинилось, належить землі Таврії.

Багато з подвигів античних героїв, легенди про які надійшли до нашого часу, були здійснені саме тут. Навіть спортивні ігри ще до Олімпійських часів почали проводитися на Тендрівській косі. Таврія — справжня земля козачої волі.

Херсонщина — батьківщина багатьох видатних постатей України, серед яких відомі українські письменники Олесь Гончар, Микола Куліш, артисти — Сергій Бондарчук, Євген Матвеев, композитор Юрій Іщенко, художник та педагог Олексій Шовкуненко, дев'ятиразова олімпійська чемпіонка зі спортивної гімнастики, володарка найбільшого числа олімпійських нагород за всю історію Олімпійських ігор Лариса Латиніна та інші.

Саме на Херсонщині з 27 жовтня по 2 листопада 2018 року у місті Херсон проходив фінальний етап XXI Всеукраїнського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка.

І цього року ТЮМ зібрав інтелектуальну еліту держави, людський капітал найкращих математичних шкіл України, відомих професорів, науковців, учителів, які зуміли пробудити у дітей великий потяг до знань, мотивувати їх вчитися, пізнавати нове, досліджувати, застосовувати свої знання на практиці і бути в команді.

© Гунько Л. ?, 2018

Захід проводився за підтримки Міністерства освіти і науки України, Державної наукової установи «Інститут модернізації змісту освіти» (директор — *Спірін О. М.*), Департаменту освіти, науки та молоді Херсонської обласної державної адміністрації (директор — *Криницький Є. А.*), Комунального вищого навчального закладу «Херсонська академія неперервної освіти» (ректор — *Зубко А. М.*, проректор — *Слободенюк Л. І.*) на базі найсучаснішого навчального закладу Херсонщини «Навчально-виховний комплекс «Школа гуманітарної праці» (директор — *Кияновський А. О.*)

Турнір було проведено згідно з наказами Міністерства освіти і науки України «Про проведення фінальних етапів Всеукраїнських учнівських турнірів юних правознавців, біологів, економістів, математиків імені професора М. Й. Ядренка, хіміків, географів, інформатиків, винахідників і раціоналізаторів, фізиків у 2018/2019 навчальному році» від 12.10.2018 №1102; «Про проведення Всеукраїнських учнівських олімпіад і турнірів з навчальних предметів у 2018/2019 навчальному році» від 02.08.2018 № 849 та відповідно до Положення про Всеукраїнські учнівські олімпіади з базових і спеціальних дисциплін, турніри, конкурси-захисти науково-дослідницьких робіт та конкурси фахової майстерності, затвердженого наказом Міністерства освіти і науки України від 22.09.2011 року №1099 із змінами, внесеними згідно з Наказами Міністерства освіти і науки від 16.01.2012 № 29, від 26.03.2012 № 360.

Змагання включали командні та особисті випробування.

Серед інших змагань математичний турнір виділяється тим, що гармонійно поєднує в собі командну і особисту діяльність; з'єднує в єдине ціле дослідницьку, навчальну і спортивну складові. Крім того, математичний турнір — змагання, яке вимагає розробки стратегії і тактики, містить як невід'ємну складову дискусії між представниками команд (доповідачем, опонентом та рецензентом).

До роботи у складі журі державного етапу Турніру було запрошено фахівців — математиків-

науковців Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Вінницького, Івано-Франківського, Сумського, Черкаського університетів, інших ВНЗ України.

Журі очолював *Перестюк Микола Олексійович*, академік Національної академії наук України, професор, доктор фізико-математичних наук, завідувач кафедри Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Серед членів журі науковці, викладачі, вчителі, які вже понад 15 років плідно працюють, докладають багато зусиль, беруть активну участь у підготовці організації та проведенні турніру на високому рівні: *Радченко В. М.*, професор Київського національного університету імені Тараса Шевченка, доктор фізико-математичних наук; *Кукуш О. Г.*, професор Київського національного університету імені Тараса Шевченка, доктор фізико-математичних наук; *Шевченко Г. М.*, професор Київського національного університету імені Тараса Шевченка, доктор фізико-математичних наук; *Шаповалов С. П.*, доцент Сумського державного університету, кандидат фізико-математичних наук; *Атамась В. В.*, доцент Черкаського державного університету імені Богдана Хмельницького, кандидат фізико-математичних наук; *Федак І. В.*, доцент Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, кандидат фізико-математичних наук; *Воробйова А. І.*, доцент Чорноморського національного університету імені Петра Могили, кандидат фізико-математичних наук; *Юрчишин А. С.*, асистент Львівського національного університету імені Івана Франка, *Маслов О. П.*, доцент Сумського державного університету, кандидат технічних наук; *Сумарюк М. І.*, *Харік О. Ю.*, *Воєвода А. Л.*, *Дяченко О. В.* та інші. Приємно зазначити, що сьогодні серед членів журі є колишні учасники турнірного руху, а зараз студенти провідних вишів України — *Мороз Микола*, *Кочубінська Євгенія*, *Жук Тетяна*. В цьому році до складу журі приєдналась обдарована студентська молодь Київського національного університету імені Тараса Шевченка — *Манікін Борис*, *Зашкільний Давид*, *Верцімаха Оксана*, *Прохорович В'ячеслав*, *Правдивий Олександр*, *Поліщенко Роман*.

**Експертом-консультантом** другий рік поспіль був *Панасенко О. Б.*, старший викладач Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського, кандидат фізико-математичних наук.

Члени журі не лише оцінювали виступи учасників, а й давали влучні коментарі, мудрі поради, наводили цікаві приклади, підтриму-

вали учасників доброзичливою посмішкою і водночас навчали. За час проведення турніру до апеляційної комісії не було подано жодної апеляційної заяви щодо оцінювання команд членами журі. Журі оперативно надавали необхідні роз'яснення та коментарі учасникам Турніру.

Відповідно до Висновку експерта – консультанта *Панасенка О. Б.*, завдання для проведення як відбіркового, так і фінального етапів турніру було сформовано відповідно до листа Державної наукової установи «Інститут модернізації змісту освіти» № 22.1/10-1724 від 1 червня 2018 року і складалось із 20 задач, які рівнозначно охоплювали різні розділи математики (додаток 1):

- алгебра, початки аналізу — задачі 3, 6, 7, 9;
- геометрія — задачі 16, 17, 18, 19;
- дискретна математика, комбінаторика і теорія імовірностей — задачі 1, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 19, 20;
- ігрового характеру — задачі 1, 13, 14, 15;
- теорію чисел — задачі 2, 3, 4, 5, 8, 9.

Завдання було одразу опубліковано на офіційному сайті Всеукраїнського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка — **tym.in.ua**. Усі задачі є новими, раніше не публікувалися, мають як навчальний, так і дослідницький компоненти. Умови всіх задач було сформульовано в термінах, які вивчають у шкільному курсі математики. Розв'язування запропонованих задач вимагало від учасників роботу з науковою і науково-методичною літературою, залучення евристичних прийомів, використання новітніх технологій доведень тощо. Фактично всі задачі мали можливості для узагальнень і проведення дослідницької роботи. Низку задач було сформульовано на стикові різних галузей математики.

Приємно зазначити, що чимало команд демонстрували різні способи розв'язання однієї задачі, використовували різні форми для його представлення. Більшість задач розв'язувалися у більш загальній постановці, що оцінювало журі. Загалом журі відзначило високий рівень доповідей усіма командами-учасниками.

Варто зауважити, що під час проведення чвертьфінальних та півфінальних математичних боїв було заслухано доповіді по всіх задачах, окрім задачі 11 («Ноутбук з фільмами»). Найбільш цікавими для учасників турніру виявилися задачі № 8, 10 (комбінаторного характеру), які найчастіше доповідалися.

Учасники турніру, склавши рейтинг задач, **визначили найцікавішу задачу турніру — це задача № 8 «Скрізь 11»** (автор — *Федак Іван Васильович*).

У фінальному математичному бої взяло участь три команди, які посіли перші місця у

півфінальних математичних боях — це команди «Харків-27», «Волинь» та «Формула Любові». На засіданні журі було сформовано науково-методичну комісію для складання задач фінального математичного бою. Усього було запропоновано для розв'язування шість задач із різних розділів математики. Завдання були збалансованими як за різними розділами математики, так і за рівнем складності.

У доповіді команди «Харків-27» (доповідачі — Масалітін Олексій та Сахнюк Устин) задачі № 5 було здійснено, крім правильного розв'язання, ще й узагальнення запропонованої задачі, що є рідкісним явищем у фінальних математичних боях турнірів. Доповідь капітана команди «Волинь» *Обертаса Андрія* геометричної задачі № 4 була яскраво представлена, проте команди опонента й рецензента знайшли певні прогалини і неточності у, в цілому, правильному розв'язанні задачі на побудову. Третньою у фінальному бої доповідала Білик Олеся із команди «Формула Любові» задачу № 4. Опонент з команди «Харків-27» (Слободянюк Денис) знайшов незначні огріхи у правильному доведенні запропонованої нерівності. Водночас команда доповідача не отримала найвищих балів, оскільки спроби узагальнення запропонованої задачі зроблено не було. Як підсумок, **команда «Харків-27» стала абсолютним переможцем XXI Всеукраїнського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка.**

Загалом на турнірі взяло участь 14 команд (68 учасників), які представляли 10 областей України та м. Київ. **Дипломами переможців було нагороджено 7 команд**, що відповідає вимогам Положення про Всеукраїнські учнівські олімпіади, турніри, конкурси. Розподіл команд-учасниць та призерів за регіонами України представлено в таблиці 1. *Результати свідчать про високий рівень підготовки команд із Харківської, Волинської, Вінницької, Дніпропетровської, Хмельницької областей та м. Києва.* Загалом усі команди показали належну підготовку до турніру.

Водночас зазначаємо, що деякі регіони України не було представлено на турнірі, а також той факт, що зменшилась порівняно з XX Турніром фактично на третину загальна кількість команд (у 2017 р. брали участь 20 команд з 13 областей). Другий рік поспіль на Всеукраїнському турнірі юних математиків імені професора М. Й. Ядренка не було представлено команд із Закарпатської, Запорізької, Кіровоградської, Луганської, Миколаївської, Полтавської, Рівненської, Сумської, Херсонської, Черкаської та Чернігівської областей.

Таблиця 1

### Інформація про учасників та призерів XXI ТЮМ за регіонами України

| Регіон                  | Кількість команд учасників | Призери |
|-------------------------|----------------------------|---------|
| АР Крим                 | —                          | —       |
| Вінницька обл.          | 1                          | III     |
| Волинська обл.          | 1                          | II      |
| Дніпропетровська обл.   | 1                          | III     |
| Донецька обл.           | —                          | —       |
| Житомирська обл.        | 1                          | —       |
| Закарпатська обл.       | —                          | —       |
| Запорізька обл.         | —                          | —       |
| Івано-Франківська обл.  | 2                          | —       |
| Київська обл. (м. Київ) | 1                          | II      |
| Кіровоградська обл.     | —                          | —       |
| Луганська обл.          | —                          | —       |
| Львівська обл.          | 1                          | —       |
| Миколаївська обл.       | —                          | —       |
| Одеська обл.            | 1                          | —       |
| Полтавська обл.         | —                          | —       |
| Рівненська обл.         | —                          | —       |
| Сумська обл.            | —                          | —       |
| Тернопільська обл.      | —                          | —       |
| Харківська обл.         | 3                          | I, III  |
| Херсонська обл.         | —                          | —       |
| Хмельницька обл.        | 1                          | III     |
| Черкаська обл.          | —                          | —       |
| Чернігівська обл.       | —                          | —       |
| Чернівецька обл.        | 1                          | —       |

Під час спільного засідання оргкомітету та журі фінального етапу XXI Всеукраїнського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка було підбито підсумки і розподілено відповідні нагороди та відзнаки. А саме.

**Диплом I ступеня** отримала команда «Харків-27» — команда комунального закладу «Харківський фізико-математичний ліцей № 27 Харківської міської ради Харківської області» у складі:

|                                   |                                                                                                                                 |
|-----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| СЛОБОДЯНЮК Денис<br>Олександрович | учень 11 класу комунального закладу «Харківський фізико-математичний ліцей № 27 Харківської міської ради Харківської області»   |
| КОВАЛЕВСЬКА Ганна<br>Андріївна    | учениця 11 класу комунального закладу «Харківський фізико-математичний ліцей № 27 Харківської міської ради Харківської області» |
| МАСАЛІТІН Олексій<br>Юрійович     | учень 10 класу комунального закладу «Харківський фізико-математичний ліцей № 27 Харківської міської ради Харківської області»   |
| САХНЮК Устин<br>Андрійович        | учень 10 класу комунального закладу «Харківський фізико-математичний ліцей № 27 Харківської міської ради Харківської області»   |
| ШКІРКО Ілля<br>Юзефович           | учень 9 класу комунального закладу «Харківський фізико-математичний ліцей № 27 Харківської міської ради Харківської області»    |



**Керівник команди — Щербіна Олексій**, учитель математики комунального закладу «Харківський фізико-математичний ліцей № 27 Харківської міської ради Харківської області», кандидат фізико-математичних наук, Заслужений учитель України **Дипломи II ступеня** отримали дві команди.

**«Формула Любові»** збірна команда міста Києва у складі:

|                             |                                                                               |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| АЗАРОВ Євгеній Левович      | учень 10 класу ліцею № 208 м. Києва                                           |
| БІЛИК Олеся Олександрівна   | учениця 11 класу Природничо-Наукового Ліцею № 145 Печерського району м. Києва |
| ІЛЬЯШ Петро Петрович        | учень 11 класу ліцею № 208 м. Києва                                           |
| ШМОНЬКО Владислава Олегівна | учень 11 класу ліцею № 208 м. Києва                                           |
| ПУШКАР Максим Володимирович | учень 101 класу ліцею № 208 м. Києва                                          |

**Керівник команди — Тимошкевич Тарас**, старший науковий співробітник Київського Науково-дослідного гідрометеорологічного інституту **«Волинь»** — збірна команда Волинської області у складі:

|                             |                                                                                                                                                                |
|-----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОБЕРТАС Андрій Сергійович   | учень 11 класу комунального закладу «Луцький навчально-виховний комплекс № 9 Луцької міської ради»                                                             |
| БОРОДЕНКО Софія Олегівна    | учениця 11 класу Волинського обласного ліцею з посиленою військово-фізичною підготовкою Імені Героїв Небесної Сотні                                            |
| ЛУГІНІН Богдан Андрійович   | учень 10 класу комунального закладу «Луцький навчально-виховний комплекс «Гімназія № 14 імені Василя Сухомилинського» Луцької міської ради Волинської області» |
| МИРОНЧУК Богдан Миколайович | учень 10 класу комунального закладу «Луцький навчально-виховний комплекс № 9 Луцької міської ради»                                                             |
| ПРИЙМАК Аріана Юрївна       | учениця 9 класу комунального закладу «Луцький навчально-виховний комплекс № 9 Луцької міської ради»                                                            |

**Керівник команди — Курносова Аліна**, методист відділення математики та економіки комунальної установи «Волинська обласна Мала академія наук» **Дипломи III ступеня** отримали чотири команди:

**«Харків-45»** — Харківського навчально-виховного комплексу № 45 «Академічна гімназія» Харківської міської ради Харківської області у складі:

|                              |                                                                                                                                    |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОБОЗНИЙ Максим Васильович    | учень 10 класу Харківського навчально-виховного комплексу №45 «Академічна гімназія» Харківської міської ради Харківської області   |
| ЛІННИК Олена Степанівна      | учениця 10 класу Харківського навчально-виховного комплексу №45 «Академічна гімназія» Харківської міської ради Харківської області |
| ДУБОВ Микита Андрійович      | учень 10 класу Харківського навчально-виховного комплексу №45 «Академічна гімназія» Харківської міської ради Харківської області   |
| ЛИСОЙВАН Антон Володимирович | учень 10 класу Харківського навчально-виховного комплексу №45 «Академічна гімназія» Харківської міської ради Харківської області   |
| ПОПОВ Павло Олександрович    | учень 10 класу Харківського навчально-виховного комплексу №45 «Академічна гімназія» Харківської міської ради Харківської області   |

**Керівник команди — Шевяков Ігор**, учитель Харківського навчально-виховного комплексу № 45 «Академічна гімназія» Харківської міської ради Харківської області, учитель-методист, Відмінник освіти України.

**«MathCoin»** — команда міста Кам'янця-Подільського Хмельницької області у складі:

|                             |                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| НАЛИВАЙКО Ілля Ігорович     | учень 9 класу Кам'янець-Подільського навчально-виховного комплексу № 14 у складі спеціалізованої загальноосвітньої школи I ступеня з поглибленим вивченням англійської мови та гімназії Хмельницької області  |
| СЕРЕДЮК Валентин Васильович | учень 10 класу Кам'янець-Подільського навчально-виховного комплексу № 14 у складі спеціалізованої загальноосвітньої школи I ступеня з поглибленим вивченням англійської мови та гімназії Хмельницької області |
| ЗЕГЕЛЬМАН Марк Михайлович   | учень 11 класу Кам'янець-Подільського ліцею                                                                                                                                                                   |
| ІВАНЮК Роман Олегович       | учень 11 класу Кам'янець-Подільського ліцею                                                                                                                                                                   |

**Керівник команди — Роляк Мирослава**, учитель математики Кам'янець-Подільського ліцею, старший вчитель.

**«Ласка»** — команда комунального закладу «Фізико-математична гімназія № 17 Вінницької міської ради», м. Вінниця у складі:

|                              |                                                                                                  |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| МЕСЮРА Марина Сергіївна      | учень 11 класу комунального закладу «Фізико-математична гімназія № 17 Вінницької міської ради»   |
| ЛАВРЕНТЮК Назар Юрійович     | учениця 11 класу комунального закладу «Фізико-математична гімназія № 17 Вінницької міської ради» |
| ДЗЮНЯК Олександр Олексійович | учень 10 класу комунального закладу «Фізико-математична гімназія № 17 Вінницької міської ради»   |
| НЕСТЕРУК Назар Ігорович      | учень 10 класу комунального закладу «Фізико-математична гімназія № 17 Вінницької міської ради»   |
| ФІЛІПОВ Дмитро Андрійович    | учениця 10 класу комунального закладу «Фізико-математична гімназія № 17 Вінницької міської ради» |

**Керівник команди — Сапсай Віталій**, учитель фізики «Фізико-математична гімназія № 17 Вінницької міської ради».

**«ДОЛФМП»** — команда комунального закладу освіти «Дніпропетровський обласний ліцей-інтернат фізико-математичного профілю» м. Дніпро у складі:

|                                 |                                                                                                                     |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| КОСТЕНКО Роман Тарасович        | учень 10 класу комунального закладу освіти «Дніпропетровський обласний ліцей-інтернат фізико-математичного профілю» |
| ПОСТОЄНКО Євгеній Владиславович | учень 10 класу комунального закладу освіти «Дніпропетровський обласний ліцей-інтернат фізико-математичного профілю» |
| ФЛЯГІН Владислав Костянтинович  | учень 11 класу комунального закладу освіти «Дніпропетровський обласний ліцей-інтернат фізико-математичного профілю» |
| ВОЛКОВ Гліб Юрійович            | учень 11 класу комунального закладу освіти «Дніпропетровський обласний ліцей-інтернат фізико-математичного профілю» |

Керівник команди — **Полякова Тетяна**, учитель математики комунального закладу освіти «Дніпропетровський обласний ліцей-інтернат фізико-математичного профілю».

**Дипломи учасника отримали** команди:

**«Радикал»** — команда Надвірнянського ліцею Надвірнянської районної ради Івано-Франківської області у складі:

|                             |                                                                                                |
|-----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ГРИЦЮК Володимир Васильович | учень 11 класу Надвірнянського ліцею Надвірнянської районної ради Івано-Франківської області   |
| СМЕРЕЧУК Адам Миколайович   | учень 11 класу Надвірнянського ліцею Надвірнянської районної ради Івано-Франківської області   |
| МУШАК Юлія Ігорівна         | учениця 11 класу Надвірнянського ліцею Надвірнянської районної ради Івано-Франківської області |
| ТОРОУС Юлія Сергіївна       | учениця 11 класу Надвірнянського ліцею Надвірнянської районної ради Івано-Франківської області |
| БОДНАР Олег Васильович      | учень 11 класу Надвірнянського ліцею Надвірнянської районної ради Івано-Франківської області   |

Керівник команди — **Літвінас Зоряна**, заступник директора з навчально-методичної роботи Надвірнянського ліцею Надвірнянської районної ради Івано-Франківської області.

**«Супремум»** — команда Житомирської області у складі:

|                                 |                                                                                                      |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ВОРОЖБИТОВ Олександр Сергійович | учень 9 класу Житомирського ліцею № 25                                                               |
| КОЧУБЕЙ Костянтин Максимович    | учень 10 класу Житомирського ліцею № 25                                                              |
| ЖУРАВЛЬОВ Андрій Валерійович    | учень 9 класу Житомирського міського ліцею при Житомирському державному технологічному університеті  |
| БОНДАРЧУК Тимофій Володимирович | учень 10 класу Житомирського міського ліцею при Житомирському державному технологічному університеті |
| ПАЗИЧ Артем Юрійович            | учень 10 класу Житомирського міського ліцею при Житомирському державному технологічному університеті |

Керівник команди — **Лук'янчук Тетяна**, вчитель математики Житомирського ліцею № 25.

**«СКРІЗЬ цільна множина»** — збірна команда Львівської області у складі:

|                            |                                                                                                                                 |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| СИДОР Богдан Олегович      | учень 11 класу Львівського фізико-математичного ліцею-інтернату при Львівському національному університеті імені Івана Франка   |
| ТИМОЩУК Катерина Андріївна | учениця 10 класу Львівського фізико-математичного ліцею-інтернату при Львівському національному університеті імені Івана Франка |
| МАТІЙЧУК Соломія Василівна | учениця 11 класу середньої загальноосвітньої школи №27 м. Львова імені героя Небесної Сотні Юрія Вербицького                    |
| ЮРЧИШИН Петро Васильович   | учень 11 класу Львівського фізико-математичного ліцею-інтернату при Львівському національному університеті імені Івана Франка   |

Керівник команди — **Юрчишин Андрій**, завідувач лабораторією Львівського національного університету імені Івана Франка

**«MixStar»** — збірну команда закладів загальної середньої освіти Сокирянського району Чернівецької області у складі:

|                              |                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ЩЕРБАТИЙ Павло Васильович    | учень 11 класу опорного навчального закладу «Романковецька гімназія імені академіка Костянтина Федоровича Поповича Сокирянського району Чернівецької області»                                                          |
| ТИМЧУК Владислав Валерійович | учень 11 класу комунальної організації (установи, закладу) Шебутинецький навчально-виховний комплекс (загальноосвітня школа I — III ступенів — дошкільний навчальний заклад) Сокирянського району Чернівецької області |
| БАНАСЯК Марія Юріївна        | учениця 10 класу опорного навчального закладу «Романковецька гімназія імені академіка Костянтина Федоровича Поповича Сокирянського району Чернівецької області»                                                        |
| РУДЬКО Вадим Миколайович     | учень 10 класу опорного навчального закладу «Романковецька гімназія імені академіка Костянтина Федоровича Поповича Сокирянського району Чернівецької області»                                                          |
| ЦУРА Владислав Васильович    | учень 10 класу комунальної організації (установи, закладу) Шебутинецький навчально-виховний комплекс (загальноосвітня школа I — III ступенів — дошкільний навчальний заклад) Сокирянського району Чернівецької області |

Керівники команди — **Рубій Святослав, Урсатій Любов**, вчителі комунальної організації (установи, закладу) Шебутинецький навчально-виховний комплекс (загальноосвітня школа I — III ступенів — дошкільний навчальний заклад) Сокирянського району Чернівецької області.

«ФТЛ» — команда Івано-Франківського фізико-технічного ліцею-інтернату Івано-Франківської обласної ради у складі:

|                                  |                                                                                                       |
|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ГОЛІНЕЙ Наталія<br>Олександрівна | учень 11 класу Івано-Франківського фізико-технічного ліцею-інтернату Івано-Франківської обласної ради |
| ЗАЛУЦЬКИЙ Роман<br>Михайлович    | учень 10 класу Івано-Франківського фізико-технічного ліцею-інтернату Івано-Франківської обласної ради |
| ІВАНІК Юрій<br>Петрович          | учень 10 класу Івано-Франківського фізико-технічного ліцею-інтернату Івано-Франківської обласної ради |
| КУРИЛЮК Роман<br>Миколайович     | учень 10 класу Івано-Франківського фізико-технічного ліцею-інтернату Івано-Франківської обласної ради |
| ШОЛОП Любомир<br>Олегович        | учень 10 класу Івано-Франківського фізико-технічного ліцею-інтернату Івано-Франківської обласної ради |

Керівник команди — **Бунік Ірина**, вчитель математики Івано-Франківського фізико-технічного ліцею-інтернату Івано-Франківської обласної ради, старший учитель.

«КВАНТ.КОМ» — команда Комунального закладу «Обласна спеціалізована школа-інтернат II — III ступенів «Обдарованість» Харківської обласної ради» у складі:

|                                  |                                                                                       |
|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| КОЗИР Владислав<br>Ігорович      | учень 11 класу КЗ «ОСШ II — III ступенів «Обдарованість» Харківської обласної ради»   |
| ТАЛАНЦЕВ Михайло<br>Євгенійович  | учень 11 класу КЗ «ОСШ II — III ступенів «Обдарованість» Харківської обласної ради»   |
| БОГУТА Станіслав<br>Сергійович   | учень 11 класу КЗ «ОСШ II — III ступенів «Обдарованість» Харківської обласної ради»   |
| МІТІЛЬОВ Владислав<br>Сергійович | учень 10 класу КЗ «ОСШ II — III ступенів «Обдарованість» Харківської обласної ради»   |
| КУЗНЕЦОВА<br>Олександра Юріївна  | учениця 10 класу КЗ «ОСШ II — III ступенів «Обдарованість» Харківської обласної ради» |

Керівник команди — **Полуектов Юрій**, учитель математики КЗ «ОСШ II — III ступенів «Обдарованість» Харківської обласної ради», **Качанов Станіслав**, студент Харківського національного університету

«РЛ» — команда комунального закладу «Рішельєвський ліцей» міста Одеса у складі:

|                               |                                                                         |
|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| ЗИОНГ Мінх Хуен               | учениця 10 класу комунального закладу «Рішельєвський ліцей» міста Одеса |
| ВЛАСЕНКО Андрій<br>Андрійович | учень 9 класу комунального закладу «Рішельєвський ліцей» міста Одеса    |
| ЧОБІТЬКО Аліна<br>Ярославівна | учениця 9 класу комунального закладу «Рішельєвський ліцей» міста Одеса  |
| ХЛИСТУН Регіна<br>Віталіївна  | учениця 10 класу комунального закладу «Рішельєвський ліцей» міста Одеса |
| ШАКУН Ілля<br>Костянтинівич   | учень 10 класу комунального закладу «Рішельєвський ліцей» міста Одеса   |

Керівник команди — **Тепляков Олександр, Кузьмін Станіслав**, учителі математики комунального закладу «Рішельєвський ліцей» міста Одеса.

Дипломи в окремих номінаціях отримали:

- команда «**MixStar**», збірну команду закладів загальної середньої освіти Сокирянського району Чернівецької області **за жагу до перемоги** у фінальному етапі XXI Всеукраїнського учнівського турніру юних математиків імені професора М.Й. Ядренка;

- команда «**Радикал**» за **високий результат у чвертьфінальних боях** у фінальному етапі XXI Всеукраїнського учнівського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка;

- команда «**Супремум**» за **грунтовну наукову та методичну підготовку** до фінального етапу XXI Всеукраїнського учнівського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка;

- команда «**КВАНТ.КОМ**» за **грунтовну наукову та методичну підготовку** до фінального етапу XXI Всеукраїнського учнівського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка;

- команда «**РЛ**» за **грунтовну наукову та методичну підготовку** до фінального етапу XXI Всеукраїнського учнівського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка;

- команда «**СКРІЗЬ щільна множина**» за **грунтовну наукову та методичну підготовку** до фінального етапу XXI Всеукраїнського учнівського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка;

- команда «**ФТЛ**» за **грунтовну наукову та методичну підготовку** до фінального етапу XXI Всеукраїнського учнівського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка;

- команда «**MixStar**» за **грунтовну наукову та методичну підготовку** до фінального етапу XXI Всеукраїнського учнівського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка;

- команда «**Супремум**» за **найкращу команду гру у фінальному етапі** XXI Всеукраїнського учнівського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка;

- команда «**Харків-27**» за **найкращу команду гру у фінальному етапі** XXI Всеукраїнського учнівського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка.

Дипломи переможця в особистій першості отримали:

- Обозний Максим, учасник команди «Харків-45», учень 10 класу Харківського навчально-виховного комплекс № 45 «Академічна гімназія» Харківської міської ради Харківської області;

- Месюра Марина, учасниця команди «Ласка», учениця 11 класу комунального закладу «Фізико-математична гімназія № 17 Вінницької міської ради», м. Вінниця.



**Дипломами за успішний виступ нагороджено:**

❖ **Іванюка Романа**, учасника команди «MathCoin» м. Кам'янця-Подільського Хмельницької області; учень Кам'янець-Подільського ліцею;

❖ **Козира Владислава**, учасника команди «КВАНТ.КОМ», учня комунального закладу «Обласна спеціалізована школа-інтернат II — III ступенів «Обдарованість» Харківської обласної ради»;

❖ **Масалітіна Олексія**, учасника команди «Харків-27», учня комунального закладу «Харківський фізико-математичний ліцей № 27 Харківської міської ради Харківської області»;

❖ **Грицюка Володимира**, учасника команди «Радикал», учня Надвірнянського ліцею Надвірнянської районної ради.

**Спеціальні відзнаки та премії отримали:**

**Диплом імені професора В. М. ЛЕЙФУРИ абсолютного переможця в особистій першості та грошову премію в розмірі 1000 грн** другий рік поспіль отримав **Обертас Андрій**, капітан команди «Волинь» збірної команди Волинської області, учень 11 класу комунального закладу «Луцький навчально-виховний комплекс № 9 Луцької міської ради».

**Відзнаку та грошову премію у розмірі 1000 грн** пам'яті видатного педагога-математика **Ясінського В'ячеслава Андрійовича** за найкращу доповідь з вагомими математичними узагальненнями на XXI Всеукраїнському учнівському турнірі юних математиків імені професора М. Й. Ядренка отримав **Козир Владислав**, учасник команди «КВАНТ.КОМ», учень 11 класу Комунального закладу «ОСШ II — III ступенів «Обдарованість» Харківської обласної ради».

**Спеціальні дипломи в номінаціях «кращий доповідач», «кращий опонент», «кращий рецензент» отримали:**

**За найкраще рецензування — Власенко Андрій**, учасника команди «РЛ», **Дзюняк Олександра** учасника команди «Ласка», **Пазич Артема**, учасник команди «Супремум».

**За найкраще опанування — Іванюк Роман**, учасника команди «MathCoin», **Слобдянюк Денис**, учасника команди «Харків-27», **Обозний Максим**, учасник команди «Харків-45».

**За найкращу доповідь — Козир Владислав, Богут Станіслав**, учасників команди «КВАНТ.КОМ», **Азаров Євген**, учасника команди «Формула любові», **Масалітіна Олексія**, учасник команди «Харків-27».

**Слобдянюк Денис**, учасник команди «Харків-27» був відзначений дипломом, **як найкращий капітан команди**.

Серед учасників, які не потрапили до фіналу було традиційно проведено **математичну**

**олімпіаду**, завдання до якої підготовлено групою членів журі на чолі з **Федаком І. В.** доцентом Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, кандидатом фізико-математичних наук.

За результатами математичної олімпіади ТЮМ-2018 було нагороджено переможців:

Дипломами I ступеня:

|                 |         |           |
|-----------------|---------|-----------|
| ВЛАСЕНКО Андрій | 9 клас  | «РЛ»      |
| СМЕРЕЧУК Адам   | 11 клас | «Радикал» |

Дипломами II ступеня:

|                 |         |       |
|-----------------|---------|-------|
| ІВАНІК Юрій     | 10 клас | «ФТЛ» |
| ХЛИСТУН Регіна  | 10 клас | «РЛ»  |
| ЗИОНГ Мінх Хуен | 10 клас | «РЛ»  |

Дипломами III ступеня:

|                  |         |                         |
|------------------|---------|-------------------------|
| ТИМОЩУК Катерина | 10 клас | «СКРІЗЬ щільна множина» |
| КУРЕЛЮК Роман    | 10 клас | «ФТЛ»                   |
| ШАКУН Ілля       | 10 клас | «РЛ»                    |
| ЧОБІТЬКО Аліна   | 9 клас  | «РЛ»                    |
| МАТІЙЧУК Соломія | 11 клас | «СКРІЗЬ щільна множина» |

**Перехідну відзнаку Турніру** другий рік поспіль було вручено **команді «Харків-27»** — абсолютному переможцеві XXI Всеукраїнського ТЮМу для зберігання в навчальному закладі — комунальному закладі «Харківський фізико-математичний ліцей № 27 Харківської міської ради Харківської області». Керівникові команди «Харків-27» забезпечити наявність цієї Перехідної відзнаки на Всеукраїнському ТЮМі в 2019 році.

Приємною несподіванкою для учасників ТЮМу став візит і зустріч з **народним депутатом України Олександром Співаковським**, який зазначив, «Що сила України — це її інтелектуальний потенціал. І, якщо Україна хоче бути лідером у сфері новітніх розробок, потрібно повернути до системи масової освіти фундаментальні знання точних наук. Оскільки, на жаль, за останні 28 років математична освіта перетворилась на елітарну. Побажав юним математикам будувати кар'єру в рідній країні, а їх наставникам — формувати власні школи, аби більше молоді мало можливість отримати фундаментальні знання і застосувати їх в Україні, яка вибудовує свій демократичний шлях».

Залишилися позаду кілька днів напруженої, плідної розумової праці. Ці дні були надзвичайно продуктивними та насиченими, переповненими новими враженнями, зустрічами та знайомствами. Сьогодні з впевненістю можна сказати, що XXI Всеукраїнський турнір юних математиків імені професора Михайла Ядренка відбувся.



Хочу подякувати всім учням — нашій інтелектуально обдарованій молоді за її бажання пізнавати, відкривати, досліджувати, перемагати. Саме така молодь здатна творити успішну країну!

Хочу висловити щиру подяку керівникам команд, які незважаючи на перепони і труднощі сьогодення, знаходять сили, час, бажання для підготовки своїх вихованців на такому високому професійному рівні. Безперечно, їх перемога — це і Ваша перемога!

Хочу подякувати всім членам журі, які показали високий професіоналізм, забезпечили об'єктивну та якісну оцінку учасників турніру (жодної апеляції!), створили доброзичливу та толерантну атмосферу під час проведення змагань.

Особлива подяка нашим організаторам на Херсонщині — за гостинність, доброзичливість, створення гарних комфортних умов для роботи і відпочинку всіх учасників ТЮМу.

Щиро вірю в невичерпний талант нашої молоді та її визначальну роль в розбудові нашої країни!

Безумовно, змагання такого високого ґатунку сприяють виявленню найкращих учасників, які в перспективі триматимуть математичну науку в Україні на найвищому світовому рівні. Турнір юних математиків імені професора М. Й. Ядренка — це свято її величності Цариці Наук, свято Математики, свято успіху у творчому поєдинку, свято кращих з кращих!

### Завдання для відбіркового етапу турніру<sup>1</sup> «Чарівні сни»

а) Алісі якось наснилися 2018 гномів, що стояли по колу. Кожен із гномів мав спочатку деяку парну (але, можливо, нульову) кількість цукерок. Далі сталося таке: усі гноми в один і той самий момент поділили свої цукерки на дві однакові частини та віддали одну частину своєму сусідові зліва, а іншу — своєму сусідові справа. У підсумку в деякого гнома опинилася 1 цукерка, у наступного за годинниковою стрілкою — 2 цукерки, у наступного — 3 цукерки і т. д.; в останнього (того, що стояв перед першим гномом) стало, відповідно, 2018 цукерок. Чи могло таке статися насправді?

б) Наступної ночі Алісі наснилися 1009 гномів, що так само стояли по колу та ділилися цукерками з сусідами. У підсумку в одного з гномів стало 2 цукерки, в наступного за годинниковою стрілкою — 4 цукерки, в наступного за ним — 6 цукерок і т. д.; в останнього гнома, таким чином, знову опинилося 2018 цукерок. Чи міг новий сон Аліси бути правдою?

### «Дивна таблиця»

У верхньому рядку та лівому стовпці таблиці  $2018 \times 2018$  проставлено одиниці. Число у будь-якій іншій комірці таблиці дорівнює сумі всіх чисел, що стоять водночас ліворуч і вище від цієї комірки.

<sup>1</sup> За цими задачами будуть проведені чвертьфінальні та півфінальні бої фінального етапу XXI Всеукраїнського турніру юних математиків. Для проведення міжшкільних, районних, міських та обласних етапів турніру відповідні журі й оргкомітети можуть частково змінювати запропонований перелік задач.





а) Знайдіть усі комірки, числа в яких націло діляться і на свого сусіда зверху, і на свого сусіда ліворуч.

б) Знайдіть усі комірки, числа в яких націло ділять і свого сусіда знизу, і свого сусіда праворуч.

#### «Арктангенс»

а) Знайдіть усі натуральні числа  $p, q$ , що задовольняють рівняння

$$\arctg \frac{1}{p} + \arctg \frac{1}{q} = \frac{\pi}{4}.$$

б) Знайдіть усі натуральні числа  $p, q, r$ , що задовольняють рівняння

$$\arctg \frac{1}{p} + \arctg \frac{1}{q} + \arctg \frac{1}{r} = \frac{\pi}{4}.$$

в) Доведіть, що множина всіх натуральних розв'язків  $p, q, r, k$  рівняння

$$\arctg \frac{1}{p} + \arctg \frac{1}{q} + \arctg \frac{1}{r} + \arctg \frac{1}{k} = \frac{\pi}{4}$$

є скінченною.

«Зсув напівпростих чисел»

а) Нехай  $x = 3p$ ,  $x + 1 = 2q$ ,  $x + N = 3r$ ,  $x + N + 1 = 2s$ , де  $p, q, r, s$  — деякі прості числа,  $N$  — натуральне число. Якого найменшого значення може набувати число  $N$ ?

б) Нехай  $y = 2p$ ,  $y + 1 = 3q$ ,  $y + N = 2r$ ,  $y + N + 1 = 3s$ , де  $p, q, r, s$  — деякі прості числа,  $N$  — натуральне число. Доведіть, що  $N \geq 12$ .

в) Чи існує таке число  $y$ , якщо  $N = 12$ ?

#### «Діофантове рівняння»

Для натуральних  $m, n$  розглянемо рівняння  $(nx^2 + 1)(my^2 + 1) = (m + n)z^2 + 1$

у натуральних числах  $x, y, z$ .

а) Доведіть, що існує нескінченно багато пар  $(m, n)$  взаємно простих чисел, більших 1, для яких це рівняння має розв'язок.

б) Доведіть, що рівняння не має розв'язків для  $m = n = 2$ .

#### «Фібоначчева система»

Числа Фібоначчі визначаються рівностями:  $F_1 = F_2 = 1$ ,  $F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$ . Для кожного натурального числа  $n$  розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} F_n x + F_{n+1} y^2 = F_{n+2} z^3, \\ F_n y + F_{n+1} z^2 = F_{n+2} x^3, \\ F_n z + F_{n+1} x^2 = F_{n+2} y^3. \end{cases}$$

#### «Біноміальна нерівність»

Нехай  $N > m > k$  — натуральні числа.

а) Доведіть, що для будь-якого натурального числа  $p \geq \frac{N+m}{2}$  справедлива нерівність

$$C_m^k C_{m+1}^k \dots C_N^k \leq (C_p^k)^{N-m+1}. \quad (1)$$

б) Доведіть, що знайдеться така незалежна від  $N, m, k$  стала  $a > 2$ , що нерівність (1) виконується для всіх натуральних чисел

$$p \geq \frac{N+1}{a} \cdot \left( \frac{N+1}{m} \right)^{\frac{1}{N-m+1}}.$$

Тут  $C_n^k$  позначає кількість сполучень з  $n$  елементів по  $k$ .

«Скрізь 11»

Площину розбили на одиничні квадратики й у кожен квадратик записали по одному натуральному числу. Після цього для кожного квадрата порахували різницю: добуток чисел, записаних у сусідніх з ним квадратах зліва та справа, мінус добуток чисел, записаних у сусідніх з ним квадратах знизу та зверху. Чи могло статися так, що усі такі різниці дорівнюють 11?

#### «Еквівалентні трійки»

Назвемо дві різні трійки  $a_1 \leq a_2 \leq a_3$  та  $b_1 \leq b_2 \leq b_3$  натуральних чисел еквівалентними, якщо  $a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3$  та  $a_1 a_2 a_3 = b_1 b_2 b_3$ .

а) Доведіть, що існує нескінченна кількість пар еквівалентних трійок таких, що жодна пара не утворюється з іншої пари множенням усіх шести елементів на одне й те саме число.

б) Знайдіть усі натуральні числа  $M$ , для яких існують дві еквівалентні трійки натуральних чисел  $a_1 \leq a_2 \leq a_3$  та  $b_1 \leq b_2 \leq b_3$  такі, що  $\max\{a_3, b_3\} = M$ .

#### «Цікаві підмножини»

Знайдіть кількість непорожніх підмножин множини  $\{1, 2, \dots, 1009\}$  із сумою елементів, що ділиться на 2018.

#### «Ноутбук із фільмами»

20 однокласників написали списки по 5 фільмів, які їм подобаються. З'ясувалось, що будь-які два списки мають не більше ніж  $m$  однакових фільмів. Класний керівник завантажив всі ці фільми на

ноутбук. Яка мінімальна кількість фільмів може бути на ноутбуку, якщо а)  $m = 1$ ; б)  $m = 2$ ?

#### «Групи елементів»

Дано множину із  $2n$  елементів. Розглядаються всі можливі групи з  $n$  елементів цієї множини. Із них потрібно вибрати рівно половину груп так, щоби кожен елемент входив рівно в половину з обраних груп, причому будь-які дві вибрані групи мали хоча б по одному спільному елементу. Чи можливо це, якщо: а)  $n = 3$ , б)  $n = 8$ , в)  $n = 9$ ?

#### «Шерхіт горіхів»

Андрій, Богдана і Василь сидять за круглим столом і їдять горіхи. Спочатку всі горіхи у Андрія. Він ділить їх порівну між Богданою і Василем, а залишок (якщо він є) з'їдає. Потім усе повторюється: кожен наступний (за годинниковою стрілкою) ділить ті горіхи, які зараз у нього, порівну між сусідами, а залишок (якщо він є) з'їдає. Спочатку горіхів було багато (більше 3). У деякий момент часу виявилось, що з'їли більше половини горіхів. Скільки горіхів було спочатку?

#### «Двокольорова шоколадка»

У прямокутній шоколадній плитці розміру  $m$  на  $n$  є дольки двох кольорів — білі й чорні. Ліва верхня долька завжди чорна, права нижня — завжди біла; кольори інших дольок задаються довільно. Ганнуса й Петрик грають у таку гру. Вони по чергові відрізають від шоколадки шматки Г-подібним ножом і з'їдають їх. Ніж не можна повертати; кожним ходом гравець забирає певну дольку і все (в умовному прямокутнику), що знаходиться правіше та нижче від неї. Починає гру Ганнуса. Програє той, хто перший з'їсть чорну дольку. Доведіть, що при довільних розмірах шоколадки й довільному її розфарбуванню Ганнуса має вигравшу стратегію.

#### «Шахова композиція»

Під час шахової партії залишилися п'ять фігур (або пішаків) на клітинках  $a1, b1, b5, c2, c4$ . Ганнуса подивилася на шахівницю й запитала, чий хід. Отримавши відповідь, вона змогла визначити останній хід кожного із суперників. Визначте, які фігури стоять на вказаних клітинках.

#### «Побудова трикутника»

Нехай  $K, T$  — точки дотику вписаного та зовнішнього кіла до сторони  $BC$  трикутника  $ABC$ ,  $M$  — середина сторони  $BC$ . Побудуйте циркулем і лінійкою трикутник  $ABC$  за променями  $AK$  та  $AT$  (на них точки  $K, T$  не відмічено) та точкою  $M$ .

#### «І знову будуємо трикутник»

Побудуйте циркулем і лінійкою трикутник  $ABC$  за сторонами  $b, c$  та відрізком  $AI$ , де  $I$  — центр вписаного кола цього трикутника.



#### «Чотири кола»

У гострокутному трикутнику  $ABC$  провели висоту  $AN$ . На відрізках  $AB, BN, CN$  та  $AC$  як на діаметрах побудовані кола  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  та  $\omega_4$  відповідно. Окрім точки  $N$ , кола  $\omega_1$  та  $\omega_3$  перетинаються в точці  $P$ , а кола  $\omega_2$  та  $\omega_4$  — в точці  $Q$ . Прямі  $BQ$  та  $CP$  перетинаються в точці  $M$ . Доведіть, що ця точка лежить на середній лінії трикутника  $ABC$ , що паралельна до  $BC$ .

#### «Відрізки всередині кола»

Усередині кола діаметра 1 розміщено декілька відрізків, сумарна довжина яких дорівнює 30. Довжини відрізків та їх кількість можуть бути будь-якими, відрізки можуть перетинатися чи торкатися кола. Чи може так трапитись, що жодна пряма не перетинає більше, ніж: а) 17, б) 25 відрізків?

#### «Обмін інформацією»

Грають Ганна й Петрик. Вони мають симетричну монету, при підкиданні якої випадає герб чи решка з однаковою ймовірністю. Ганна наодинці підкидає монету  $n$  разів ( $n \geq 2$  — фіксоване) і називає Петрику якесь число  $i, 1 \leq i \leq n$ . Далі Петрик підкидає монету  $n$  разів і називає якесь число  $j, 1 \leq j \leq n$ . Вони виграють, якщо у Ганни на  $j$ -му підкиданні випало те саме, що у Петрика на  $i$ -му підкиданні. Чи можуть вони грати так, щоб вигравати з ймовірністю, більшою за  $\frac{1}{2}$ ?

\* \* \*

#### Матеріали для проведення відбіркових етапів турніру підготували:

І. Г. Величко, Р. В. Дмитришин, С. І. Доценко, В. М. Журавльов, А. І. Казмерчук, О. Г. Кукуш, О. О. Курченко, І. А. Кушнір, М. П. Мороз, Д. П. Мисак, А. Д. Ніколаєв, О. Б. Панасенко, В. М. Радченко, М. М. Рожкова, П. І. Самовол, П. Г. Стеганцева, О. К. Толпиго, І. В. Федак, А. М. Фролкін, Г. М. Шевченко.